Барчук В.П.

ЕКОНОМІКО-МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ЕФЕКТИВНОСТІ ПРОМИСЛОВОГО ПОТЕНЦІАЛУ РЕГІОНУ

Анотація. У статті запропоновано багатофакторну модель, яка може бути використана для побудови структурних моделей ефективності економічного розвитку в цілому та промислового потенціалу регіону зокрема.

Ключові слова: промисловий потенціал, багатофакторна модель, економіка регіону.

Annotation. A multivariable model which must be utilized for the construction of structural models of efficiency of economic development on the whole and industrial potential in particular is offered in the article.

Key words: industrial potential, multivariable model, economy of region.

Вступ. Розвиток промисловості будь-якого регіону чи країни тісно пов’язаний із розвитком інших секторів економіки, тому дослідження промислового потенціалу, його структури та динаміки буде найбільш адекватним та ефективним, якщо розглядати регіональну економіку як цілісну систему чи підсистему економіки країни у цілому. В умовах переходу економіки України до ринкових умов ця обставина є винятково важливою, оскільки лише збалансований та в певному розумінні рівноважний розвиток промисловості забезпечить економічній системі відповідні виробничі потужності, ресурси та перспективу на майбутнє. На наш погляд, методологічною основою для дослідження промислового розвитку регіону та регіональної економіки на модельному рівні можуть служити міжгалузеві баланси [див.: 1].

Постановка завдання. Нехай економіка регіону складається з *n* чистих галузей, причому кожна галузь випускає один продукт, а кожен продукт випускається однією галуззю. Оскільки кожна галузь у процесі виробництва, як правило, використовує продукцію інших галузей, то будемо вважати, що відома технологічна матриця $A=(a_{ij})_{i,j=1}^{n}$, у якій елемент a_{ij} – це питомі витрати продукції *i*-ої галузі під час виробництва продукції *j*-ої галузі. Якщо X_j – валовий випуск продукції *j*-ої галузі, то вектором виробничих витрат є вектор *Ax*, де $x=(x_1,...,x_n)^T$, а залишковий вектор (*x-Ax)*, якщо він є невід’мним, є вектором невиробничих витрат, які використовуються, зокрема, на особисте споживання, державні чи регіональні витрати, на розширення виробництва, нагромадження капіталу тощо. Як у межах всієї держави, так і в межах конкретного регіону сучасна економіка практично має відкритий характер. Це насправді означає, що регіон економічно взаємопов’язаний з іншими регіонами країни, а також інших країн. Інакше кажучи, вектор невиробничих витрат *(x-Ax)* може мати як нульові, так і від’ємні компоненти, а це фактично означає, що деякі галузі не забезпечують навіть виробничих витрат регіону, тому економіка регіону як підсистема загальнодержавної економічної системи у цілому мусить бути відкритою, тобто брати участь у експертно-імпортних операціях. Це означає, що як на рівні економіки країни, так і на рівні економіки регіону статистичний міжгалузевий баланс опишеться співвідношенням:

$$x + i = Ax + y + d + e, \qquad (1)$$

де *i,y,d,e* – відповідно вектори імпорту, особистого споживання, державних витрат і експорту. При цьому слід зауважити, що під експортом та імпортом для регіону треба розуміти канали зв’язку як з іншими регіонами, так і іншими країнами.

Розвиваючи модель 1 для відкритої економіки, зазначимо також, що у межах регіону існують свої обсяги обмежених загальних ресурсів (трудових, природних тощо) та виробничих можливостей. Отже, нехай $R = (r_{ij})_{i,j=1}^{m,n}$ – прямокутна матриця нормативних затрат ресурсів на виробництво продукції кожної з галузей, а $r = (r_1,...,r_m)^T$ – вектор наявних ресурсів. Крім того, через $p = (p_1,..., p_n)^T$ позначимо вектор потужностей, тобто максимально можливих обсягів виробництва для всіх галузей.

В залежності від поставлених перед нами задач можна на регіональному рівні запропонувати ряд економіко-математичних моделей, що є актуальними і для рівня економіки країни. Позначивши через $s = e-i$ вектор експортно-імпортного сальдо, $\xi^* = y + d + s$ – вектор кінцевої продукції, ξ^* – вектор, що задає структуру кінцевої продукції (фіксований комплект цієї продукції), k – число векторів-комплектів, сформулюємо наступну модель раціонального (оптимального) розподілу ресурсів:

$$\begin{cases} k \to \max, \\ x - Ax \geq k\xi^*, \\ Rx \leq r, \\ k \geq 0, \\ x \geq 0. \end{cases} \qquad (2)$$

Зазначимо, що для моделі 2 нерівність x>0 є векторною, причому нульовий вектор справа є n-вимірним.

Якщо, крім обмежень на загальні ресурси, скористатись також обмеженнями на виробничі потужності, а критерій промислового розвитку регіону конкретизувати деякою оцінкою $f(\xi)$ продукції ξ, то, очевидно, метою такого розвитку буде максимізація цієї оцінки.

Модель, яка відображає цей критерій, матиме вигляд:

$$\begin{cases} f(\xi) \to \max, \\ x = Ax + \xi, \\ Rx \leq r, \\ x \leq p, \\ x \geq 0, \\ \xi \geq 0. \end{cases} \qquad (3)$$

Зауважмо, що модель 2 в математичному плані є задачею лінійного, а 3 – в загальному випадку нелінійного програмування. Методи та алгоритми їх дослідження і розв'язування відомі, тому зупинятися на цьому не будемо.

Повернемось до балансової моделі 1. Незалежно від того, на якому рівні її розглядати, вона описує відкриту економічну систему чи підсистему. У зв'язку з цим можна

на

і за

її межами є досконалим, тому ціни на експорт та імпорт є стабільними і задаються вектором $c = (c_1,...,c_n)^T$. Тоді в умовах стабільності цін логічним є припущення про те, що імпортна продукція не експортується, а експортна – не імпортується, тобто скалярний добуток, $\langle e,i \rangle = 0$, а вектор s однозначним чином визначає як експорт, так і імпорт: для експорту компоненти s є додатними, а для імпорту – від'ємними.

Вважаючи вектор s (тобто вектори e та i) заданим і, взявши за критерій розвитку сумарну вартість (у існуючих стабільних цінах) лише тієї частини виробленої продукції, що входить у невиробниче споживання $\eta = y + d$, прийдемо до такої оптимізаційної моделі функціонування регіональної економіки, у тому числі і промислового сектору:

$$\begin{cases} \langle c, \eta \rangle \to \max, \\ x = Ax + \eta + s, \\ Rx \le r, \\ x \le p, \\ x \ge 0, \\ \eta \ge 0. \end{cases} \qquad (4)$$

У моделях 1–4 можна окремо виділяти промисловий сектор регіональної економіки або розглядати їх як моделі цілісної економічної підсистеми. У будь-якому випадку ці моделі дають можливість оптимізувати збалансовану структуру розвитку всіх видів економічної діяльності, а значить і промисловості.

Результати. Розглянуті моделі можуть служити також для побудови структурних моделей функцій ефективності економічного розвитку. Наприклад, візьмемо за основу модель 4. При цьому будемо вважати невідомими вектори x, η, відомим вектор c та векторами-параметрами *s,r,p.* З огляду на те, що величина $\langle c, \eta \rangle$ є кількісною оцінкою ефективності функціонування промислового сектора (чи економіки регіону), нашою метою звичайно є її максимізація. Однак ефективність залежить від параметрів *s,r,p,* тобто насправді є деякою функцією *F(s,r,p).* При цьому вектори *r* і *p* однозначно є невід'ємними, а вектор *s* – довільний, тобто з урахуванням їх розмірності можна стверджувати, що $s \in R^n, r \in R_+^m, p \in R_+^n$ ($R^l - l$– вимірний векторний простір, R_+^l– невід'ємний ортант простору R^l).

Введемо множини:

$$X(s,r,p) = \{x, \eta \in R_+^n \,|\, x = Ax + \eta + s, Rx \le r, x \le p, x \ge 0, \eta \ge 0\},$$

$$Y = \{s \in R^n, r \in R_+^m, p \in R_+^n \,|\, X(s,r,p) \ne \varnothing\}.$$

Тоді моделлю функції максимальної ефективності буде відповідність між множиною *Y* усіх допустимих *s,r,p* та множиною всіх максимальних значень $\langle c, \eta^*(s,r,p) \rangle$, де $\eta^*(s,r,p)$ – розв'язок задачі 4 при конкретно заданих *s,r,p.* Така відповідність формалізується відображенням

$$F : Y \to R_+ \qquad (5)$$

або співвідношенням

$$z = F(y) = F(s,r,p). \qquad (6)$$

Областю визначення функції 5 чи 6 є згідно з означенням множина *Y*, а областю значень – множина $Z = \{z \in R_+ \,|\, z = F(s,r,p), (s,r,p) \in Y\}$.

Зазначимо, що ми скрізь вважали ефективність невід'ємною (тобто точкою із $R_+ = [0, +\infty)$), оскільки вектори цін та невиробничого споживання (c і η) не можуть бути від'ємними.

Властивості функцій ефективності є близькими до неокласичних [див.: 2, 3]. Ця функція буде угнутою, неперервною у всіх внутрішніх точках, монотонно неспадною по компонентах векторів *r* і*p*, додатно однорідною першого степеня та кусково-лінійною в загальному випадку.

Для ілюстрації процесу побудови функції ефективності розглянемо ряд прикладів.

Приклад 1. Нехай

$$A=\begin{pmatrix}1{,}5 & 0{,}2\\ 0{,}75 & 1{,}33\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix},\ \mathrm{R}=\begin{pmatrix}2 & 4\\ 6 & 8\end{pmatrix},\ P=\begin{pmatrix}100\\ 200\end{pmatrix},\ r=\begin{pmatrix}r_1\\ r_2\end{pmatrix}.$$

Тоді:

$$F(r_1,r_2)=\begin{cases}0{,}797r_1+13167{,}2r_2+35566,(r_1,r_2)\in O_1,\\ 0{,}63r_1+142{,}87r_2-49{,}8,(r_1,r_2)\in O_2,\\ 0{,}017r_1+1756{,}01,(r_1,r_2)\in O_3,\\ 3{,}57r_1+2809{,}2,(r_1,r_2)\in O_4,\\ 1726{,}6r_1,(r_1,r_2)\in O_5,\\ 181{,}8r_2-144{,}7,(r_1,r_2)\in O_6,\\ 8392r_2,(r_1,r_2)\in O_7,\\ 9{,}58r_2-0{,}88,(r_1,r_2)\in O_8,\\ 12448{,}24,(r_1,r_2)\in O_9,\end{cases}$$

де:

$$O_1=\{r|1{,}77r_1+4205\le r_2;0{,}97r_2\le 0{,}4r_1-0{,}627;0{,}24r_2\le 21{,}28r_1\},$$

$$O_2=\{r|0{,}04r_1\le r_2;0{,}14r_1\le 0{,}37r_2-1{,}75;0{,}17r_2\ge 0{,}75r_1\},$$

$$O_3=\{r|28{,}09r_2\ge 4{,}4r_1;1{,}27r_1\le r_2;r_2\le 0{,}04r_1+2892\},$$

$$O_4=\{r|0{,}15r_1\le r_2;164{,}87r_2\le 177{,}6r_2-1{,}44;172{,}6r_2\le r_1+164{,}87\},$$

$$O_5=\{r|r_1\le 1{,}02r_2;r_2\le 0{,}88r_1;r_1\le 3{,}43r_2+164{,}87\},$$

$$O_6=\{r|111{,}3r_2\le r_1+101{,}74;r_1\le 0{,}05r_2;1{,}55\le r_2\le r_1+7{,}05\},$$

$$O_7=\{r|r_1+3{,}98\le 4{,}5r_2;r_2\le 1881r_1\},$$

$$O_8=\{r|r_1\le 1{,}02r_2;r_2\le 0{,}88r_1+343{,}3;8392r_1\le 958r_2\},$$

$$O_9=\{r|r_1,r_2\ge 0\}.$$

Приклад 2. Для даних

$$A=\begin{pmatrix}0{,}125 & 0{,}2\\ 0{,}75 & 0{,}33\end{pmatrix},\ C=\begin{pmatrix}1\\ 2\end{pmatrix},\quad R=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix},\ P=\begin{pmatrix}100\\ 200\end{pmatrix},\quad r=\begin{pmatrix}r_1\\ r_2\end{pmatrix}.$$

Побудована функція ефективності має вигляд:

$$F(r_1,r_2)=\begin{cases}1{,}2r_1+10125r_2+38233,\ (r_1r_2)\in O_1,\\ 1{,}77r_1+2962r_2+177{,}6,\ (r_1r_2)\in O_2,\\ 0{,}76r_1,\ (r_1r_2)\in O_3,\\ 4{,}19r_1+172{,}04,\ (r_1r_2)\in O_4,\\ 887{,}2r_2+0{,}004,\ (r_1r_2)\in O_5,\\ 17{,}021r_2,\ (r_1r_2)\in O_6.\end{cases}$$

де:

$$O_1 = \left\{ r \middle| 0{,}94r_1 \le 12448{,}14r_2;\ 0{,}36r_2 \le 0{,}4r_1;\ 17{,}45r_1 \le 355r_2 - 28{,}09 \right\},$$

$$O_2 = \{ r | 6{,}45r_1 \le 0{,}25r_2 + 49{,}8;\ 3{,}57r_1 \le 49{,}8r_2 - 164{,}87;$$

$$6{,}2r_2 \ge 134{,}87r_1;\ 198{,}3r_1 \le 12{,}42r_2 - 19{,}1\}$$

$$O_3 = \{ r | 0{,}09r_1 \le r_2 + 958;\ 1{,}55r_1 \le 7{,}05r_2 - 0{,}04;$$

$$0{,}37r_2 \le 0{,}17r_1;\ 28{,}09r_2 \le 4{,}4r_1 + 18{,}81\},$$

$$O_4 = \left\{ r \middle| 0{,}05r_1 \le r_2 + 77{,}6;\ r_1 \le 0{,}75r_2;\ r_2 \le 0{,}04r_1 - 77{,}8;\ r_2 \le 172{,}6r_1 \right\},$$

$$O_5 = \left\{ r \middle| 111{,}3r_2 \le r_1;\ 172{,}6r_1 \le 164{,}8r_2;\ r_1 \le 3{,}98r_2 - 144{,}7;\ 17{,}56r_2 \le 188{,}1r_1 \right\},$$

$$O_6 = \left\{ r \middle| 22{,}19r_2 \le r_1;\ 28{,}25r_2 \le 1{,}66r_1 - 144{,}2 \right\}.$$

<u>Приклад 3.</u>

Побудуємо функцію, залежну від параметрів r_1, r_2, p_1, p_2. Нехай
Тоді:

$$A = \begin{pmatrix} 0{,}25 & 0{,}1 \\ 0{,}75 & 0{,}25 \end{pmatrix}, \quad C = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix},$$

$$R = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}, \quad P = \begin{pmatrix} p_1 \\ p_2 \end{pmatrix}, \quad r = \begin{pmatrix} r_1 \\ r_2 \end{pmatrix}.$$

$$F = (r_1, r_2, p_1, p_2) = \begin{cases} 0{,}75r_1 + 10{,}44r_2 - 3{,}48p_1, & (r,p) \in O_1, \\ 1{,}99r_1 - 0{,}797p_1 + 13167p_2, & (r,p) \in O_2, \\ 4{,}19r_1 - 0{,}63r_2, & (r,p) \in O_3, \\ 1{,}42r_2 + 50{,}3p_2, & (r,p) \in O_4, \\ 0{,}88p_1 + 50p_2, & (r,p) \in O_5, \\ 73{,}2p_1, & (r,p) \in O_6, \\ 1198{,}3p_2, & (r,p) \in O_7, \end{cases}$$

де:

$$O_1 = \left\{ r \middle| 0{,}94r_1 \le 12448{,}14r_2;\ 0{,}36r_2 \le 0{,}4r_1;\ 17{,}45r_1 \le 355r_2 - 28{,}09 \right\},$$

$$O_2 = \{ r | 6{,}45r_1 \le 0{,}25r_2 + 49{,}8;\ 3{,}57r_1 \le 49{,}8r_2 - 164{,}87;$$

$$6{,}2r_2 \ge 134{,}87r_1;\ 198{,}3r_1 \le 12{,}42r_2 - 19{,}1\}$$

$$O_3 = \{ r | 0{,}09r_1 \le r_2 + 958;\ 1{,}55r_1 \le 7{,}05r_2 - 0{,}04;$$

$$0{,}37r_2 \le 0{,}17r_1;\ 28{,}09r_2 \le 4{,}4r_1 + 18{,}81\},$$

$$O_4 = \left\{ r \middle| 0{,}05r_1 \le r_2 + 77{,}6;\ r_1 \le 0{,}75r_2;\ r_2 \le 0{,}04r_1 - 77{,}8;\ r_2 \le 172{,}6r_1 \right\},$$

$$O_5 = \left\{ r \middle| 111{,}3r_2 \le r_1;\ 172{,}6r_1 \le 164{,}8r_2;\ r_1 \le 3{,}98r_2 - 144{,}7;\ 17{,}56r_2 \le 188{,}1r_1 \right\},$$

$$O_6 = \left\{ r \middle| 22{,}19r_2 \le r_1;\ 28{,}25r_2 \le 1{,}66r_1 - 144{,}2 \right\}.$$

Висновки. Нами запропоновано багатофакторну модель, яка може служити для побудови структурних моделей ефективності економічного розвитку. Застосування перелічених моделей відіграє важливу роль у прийнятті економічних рішень з управління промислового потенціалу та економіки регіону в цілому.

1. Леонтьев В.В. Межотраслевая экономика. – М.: ОАО, Изд-во "Экономика", 1997. – 479 с.
2. Григорків В.С., Буяк Л.М. Моделювання виробничих функцій оптимальних випусків у випадку двосторонніх лінійних технологічних обмежень // Економічна кібернетика. – 2001. – №1–2. – С. 25–31.
3. Григоркив В.С. Моделирование эколого-экономических функций структурного типа // Кибернетика и системный анализ. – 2002. – №1. – С. 60–167.